

**FSAB1402 – Informatique 2 – Interro**  
**Peter Van Roy et Pierre Dupont**  
**31 octobre 2005**

Nom	
Prénom	
Matricule (NOMA)	

**Question 1 (6 pts)**

Pour cette question, écrivez la fonction déclarative `strip` qui prend une liste d'entiers,  $x_s = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]$ , et qui renvoie la liste  $y_s = [x_2 \ x_3 \ \dots \ x_{n-1}]$  qui est la liste  $x_s$  sans le premier et le dernier élément. La fonction `strip` doit marcher correctement si  $n \geq 2$ . Chaque fonction récursive dont vous avez besoin pour implémenter `strip` doit être une boucle. Attention aux détails de syntaxe!

FSAB1402 – Informatique 2 – Interro  
Peter Van Roy et Pierre Dupont  
31 octobre 2005

Nom	
Prénom	
Matricule (NOMA)	

Question 2 (7 pts)

Considérez l'algorithme de recherche dans un arbre binaire ordonné qu'on a vu dans le cours :

```
fun {Lookup X T}
  case T
  of leaf then notfound
  [] tree(key :Y value :V T1 T2) andthen X==Y then
    found(V)
  [] tree(key :Y value :V T1 T2) andthen X<Y then
    {Lookup X T1}
  [] tree(key :Y value :V T1 T2) andthen X>Y then
    {Lookup X T2}
  end
end
```

Nous allons investiguer la complexité temporelle de cet algorithme. Répondez aux questions suivantes :

1. Supposez que l'arbre  $T$  est un arbre dégénéré, c'est-à-dire que chaque sous-arbre de gauche est une feuille. Si l'arbre  $T$  n'est pas vide, il a donc la forme `tree(key :K value :V leaf T2)` où  $T2$  est aussi un arbre dégénéré. Calculez la complexité temporelle de l'algorithme `Lookup` en fonction du nombre de noeuds dans l'arbre si l'élément recherché est plus grand que tout élément dans l'arbre.
2. Supposez que l'arbre  $T$  est un arbre équilibré, c'est-à-dire que le sous-arbre de gauche contient le même nombre d'éléments que le sous-arbre de droite, et les deux sous-arbres sont eux-mêmes équilibrés.
  - Démontrez que le nombre de noeuds dans l'arbre est  $2^k - 1$ , pour  $k \geq 0$ . Pour cela vous pouvez utiliser un raisonnement inductif.
  - Si  $T_1(k)$  est le temps d'exécution de `Lookup` avec un arbre équilibré avec un nombre de noeuds  $2^k - 1$ , démontrez que  $T_1(k) \leq T_1(k - 1) + c$  où  $c$  est une constante. Déduisez alors que  $T_1(k) \in O(k)$ .
  - Qu'est-ce qu'on peut dire alors sur la complexité de la fonction  $T_2(n)$  qui donne le temps d'exécution d'un arbre équilibré avec  $n$  noeuds?

Attention à la précision de votre raisonnement !

FSAB1402 – Informatique 2 – Interro  
Peter Van Roy et Pierre Dupont  
31 octobre 2005

Nom	
Prénom	
Matricule (NOMA)	

Question 3 (7 pts)

Regardez le fragment de programme suivant :

```
local X Y P in
  Y=10
  proc {P}
    X=Y+1
  end
  local Y in
    Y=20
    {P}
    {Browse X}
  end
end
```

Répondez aux questions suivantes :

1. Qu'est-ce qui est affiché quand ce fragment est exécuté ?
2. Quel est l'environnement contextuel de la procédure P ?
3. Quel est le contenu de la mémoire après l'exécution du fragment ?
4. Définissez avec précision les concepts suivants :
  - *Identificateur*
  - *Variable en mémoire*
  - *Environnement*
  - *Environnement contextuel*